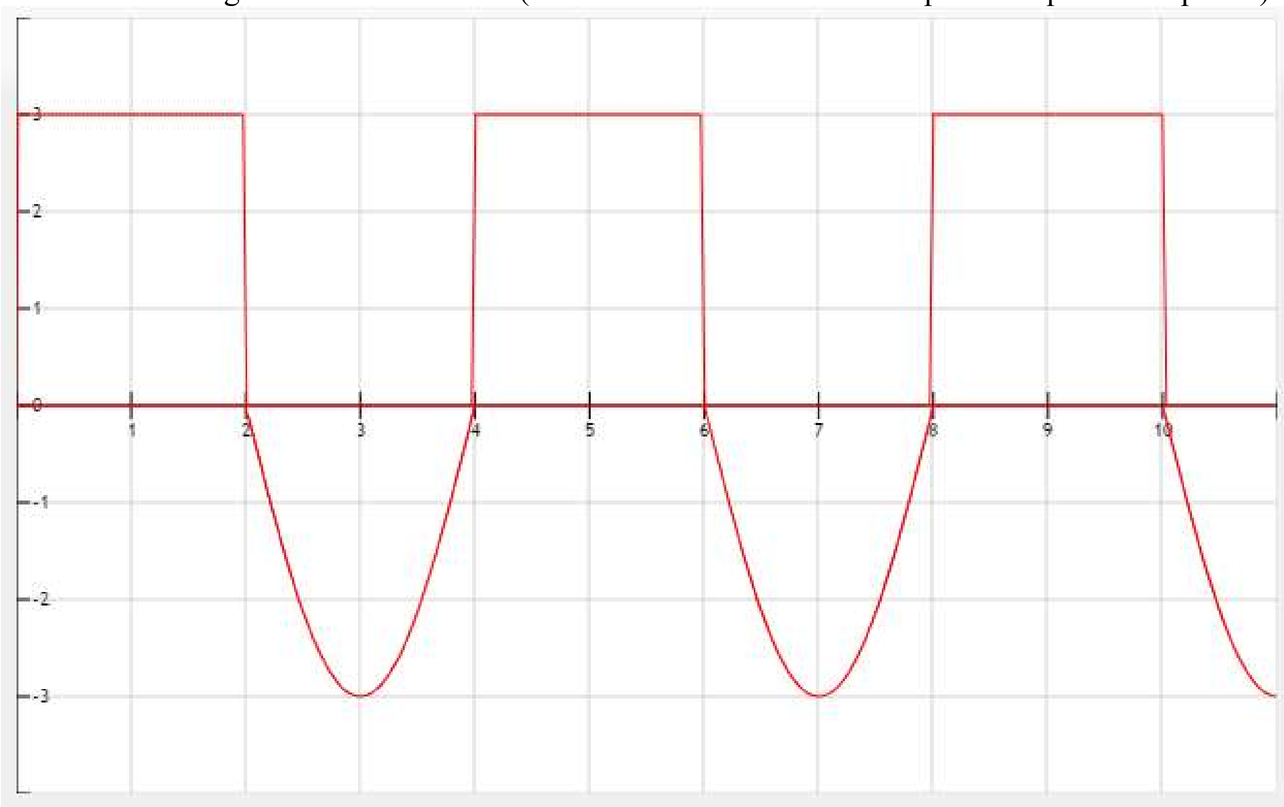
José Soto

Preparaduria II

Problema 1:

Dada la siguiente forma de onda (la onda invertida es senoidal a pesar de que no se aprecia):

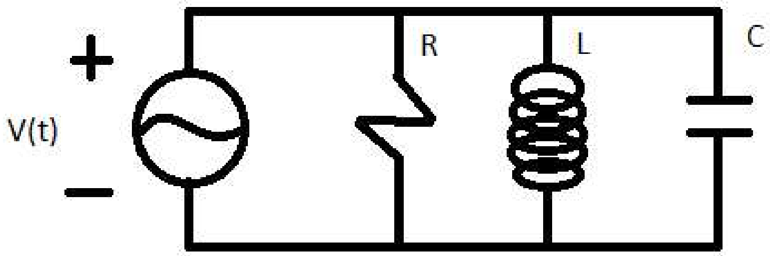


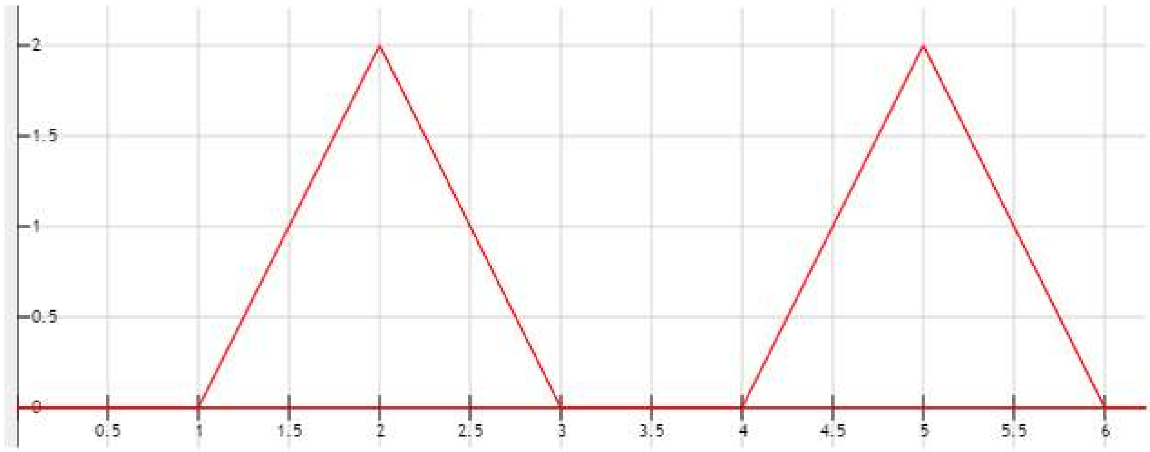
Hallar:

1. Periodo.
2. Frecuencia.
3. Tiene sentido hablar de velocidad angular?
4. Valor eficaz (R.M.S.).
5. Valor promedio (valor DC).
6. Factor de forma.

Problema 2:

Dado el siguiente circuito, y la forma de onda de voltaje:





Si R=0.5Ω, L = 1H y C = 2F (valores academicos no reales),calcule:

1. Periodo de la onda de voltaje
2. Corriente de cada elemento.
3. Potencia instantanea.
4. Corriente RMS del capacitor.

Problema 3:

Para el siguiente grupo de funciones calcule:

1. Velocidad angular en caso de existir.
2. Periodo.
3. Frecuencia.
4. Valor medio.

- $v(t)=10+5\cdot sen(60\cdot t+30°)$
- $v(t)=1-\cos^2(2\cdot x)$
- $v(t)=|sen(w\cdot t+\psi)|$

Respuestas:

Problema 1:

Para resolver el problema primero hay que identificar la funcion, la cual es ciclica por lo que solo se escribira el primer ciclo, con el dibujo se ve que es periodica de **periodo 4**, y entonces **frecuencia de 0.25 Hz**. No tiene sentido hablar de la velocidad angular ya que no es una onda senoidal.

La funcion positiva se ve que es constante y vale 3, mientras que la onda senoidal tiene que tener modulo tres ya que su maximo negativo es menos tres y se ve que tiene periodo 4 al igual que la funcion completa ya que la onda encaja perfectamente en los valores de 2 y 4, para conseguir la fase se evalua en la funcion:

$$F(x)=3\cdot sen(\frac{2\cdot\pi}{T}\cdot x+\psi)\rightarrow F(3)=-3=3\cdot sen(\frac{\pi}{2}\cdot 3+\psi)\rightarrow sen(\frac{3\cdot\pi}{2}+\psi)=-1\rightarrow\psi=0$$

Ya con esto identificado, se puede colocar que:

$$F(x)=\left\{\begin{array}{cc} 3 & 0<x<2 \\ 3\cdot sen\left(\frac{\pi\cdot x}{2}\right) & 2<x<4 \\ F(x-4) & 4<x \end{array}\right\}$$

Recordando que el valor R.M.S. Esta definido por:

$$F_{RMS}=\sqrt{\frac{1}{T}\cdot\int_{x_0}^{x_0+T} F^2(x)\cdot dx}$$

Entonces:

$$F_{RMS}=\frac{1}{2}\sqrt{\int_0^2 F^2(x)\cdot dx+\int_2^4 F^2(x)\cdot dx}=\frac{1}{2}\sqrt{\int_0^2 3^2\cdot dx+\int_2^4 3^2\, sen^2\left(\frac{\pi\cdot x}{2}\right)\cdot dx}$$

Usando la identidad:

$$sen^2(A)=\frac{1-\cos(2\cdot A)}{2}$$

$$F_{RMS}=\frac{1}{2}\sqrt{18+9\int_2^4\frac{1-\cos(\pi\cdot x)}{2}\cdot dx}=\frac{1}{2}\sqrt{18+9-\frac{9}{2}\int_2^4\cos(\pi\cdot x)}=\frac{1}{2}\sqrt{27-\frac{sen(4\pi)-sen(2\pi)}{2\pi}}$$

$$F_{RMS}=\frac{\sqrt{27}}{2}$$

Era de esperarse que la integral del coseno valiera 0, ya que se intergraba en un multiplo de su periodo (cosa que se sara de ahora en adelante). Ahora para el valor promedio (tambien llamado valor DC o nivel DC):

$$F_{DC}=\frac{1}{T}\int_{x_0}^{x_0+T}F(x)\cdot dx=\frac{1}{4}\int_0^2 3\cdot dx+\frac{3}{4}\int_2^4 sen\left(\frac{\pi\cdot x}{2}\right)\cdot dx=\frac{2\cdot 3}{4}-\frac{2\cdot 3}{4\pi}\cdot\left(\cos\left(\frac{\pi\cdot 4}{2}\right)-\cos\left(\frac{\pi\cdot 2}{2}\right)\right)=\frac{3}{2}-\frac{3}{\pi}$$

Recordando que factor de forma es la razon entre el factor RMS y el DC, valiendo entonces:

$$Factor\ de\ Forma=\frac{\sqrt{19}/2}{3/2-3/\pi}\simeq 4.7664$$

Problema 2:

Para este problema, se tiene que la fuente tiene **periodo de 3 segundos** como puede verse en la figura, para poder calcular cualquier cosa primero se requiere tener la fuente descrita como una funcion, la cual se hace a partir de la union de varias rectas:

$$V(t)=\left\{\begin{matrix} 0 & 0<t<1 \\ 2\cdot(t-1) & 1<t<2 \\ -2\cdot(t-3) & 2<t<3 \\ V(t-3) & 3<t \end{matrix}\right\} V=\left\{\begin{matrix} 0 & 0<t<1 \\ 2\cdot t-2 & 1<t<2 \\ -2\cdot t+6 & 2<t<3 \\ V(t-3) & 3<t \end{matrix}\right\} V$$

Luego para calcular la corriente en cada elemento, iniciando con la resistencia:

$$I_R(t)=V(t)/R=2\,\Omega\cdot V(t)=\left\{\begin{matrix} 0 & 0<t<1 \\ 4\cdot(t-1) & 1<t<2 \\ -4\cdot(t-3) & 2<t<3 \\ I_C(t-3) & 3<t \end{matrix}\right\} A$$

Ahora para el capacitor:

$$I_C(t)=C\cdot dV(t)/dt=2\cdot\left\{\begin{matrix} 0 & 0<t<1 \\ 2 & 1<t<2 \\ -2 & 2<t<3 \\ dV(t-3)/dt & 3<t \end{matrix}\right\} A=\left\{\begin{matrix} 0 & 0<t<1 \\ 4 & 1<t<2 \\ -4 & 2<t<3 \\ I_C(t-3) & 3<t \end{matrix}\right\} A$$

Por ultimo el inductor, este es más problemático ya que hay que integrar:

$$I_L(t)=\int V(t)\cdot dt/L=1\cdot\int\left\{\begin{matrix} 0 & 0<t<1 \\ 2\cdot t-2 & 1<t<2 \\ -2\cdot t+6 & 2<t<3 \\ V(t-3) & 3<t \end{matrix}\right\} A=\left\{\begin{matrix} 0 & 0<t<1 \\ t^2-2\cdot t+C_1 & 1<t<2 \\ -t^2+6\cdot t+C_2 & 2<t<3 \\ I_L(t-3)+C_3 & 3<t \end{matrix}\right\} A$$

Sabemos que hasta que no se inicie el voltaje no hay corriente por lo que:

$$I_L(1)=(1)^2-2\cdot(1)+C_1=0\rightarrow C_1=1$$

Tambien sabemos que debe ser continua asi que:

$$I_L(2_n)=(2)^2-2\cdot(2)+1=1=I_L(2_p)=-(2)^2+6\cdot(2)+C_2=-4+12+C_2=8+C_2\rightarrow C_2=-7$$

Por ultimo:

$$I_L(3_n)=-(3)^2+6\cdot(3)-7=2=I_L(3_p)=C_3$$

Esto quiere decir que cada ciclo es 2 amperios más grande.

Para la potencia instantanea:

$$I_{total}(t)=\sum I=\left\{\begin{matrix} 0 & 0<t<1 \\ 4\cdot(t-1) & 1<t<2 \\ -4\cdot(t-3) & 2<t<3 \\ I_R(t-3) & 3<t \end{matrix}\right\}+\left\{\begin{matrix} 0 & 0<t<1 \\ 4 & 1<t<2 \\ -4 & 2<t<3 \\ I_C(t-3) & 3<t \end{matrix}\right\}+\left\{\begin{matrix} 0 & 0<t<1 \\ t^2-2\cdot t+1 & 1<t<2 \\ -t^2+6\cdot t-7 & 2<t<3 \\ I_L(t-3)+2 & 3<t \end{matrix}\right\} A$$

$$I_{total}(t)=\sum I=\begin{cases} 0 & 0<t<1 \\ 4\cdot(t-1)+4+t^2-2\cdot t+1 & 1<t<2 \\ -4\cdot(t-3)-4-t^2+6\cdot t-7 & 2<t<3 \\ I_{total}(t-3)+2 & 3<t \end{cases}=\begin{cases} 0 & 0<t<1 \\ t^2+2\cdot t+1 & 1<t<2 \\ -t^2+2\cdot t+1 & 2<t<3 \\ I_{total}(t-3)+2 & 3<t \end{cases}$$

Entonces:

$$P(t)=V(t)\cdot I_{total}(t)=\begin{cases} 0 & 0<t<1 \\ 2\cdot t-2 & 1<t<2 \\ -2\cdot t+6 & 2<t<3 \\ V(t-3) & 3<t \end{cases}\cdot\begin{cases} 0 & 0<t<1 \\ t^2+2\cdot t+1 & 1<t<2 \\ -t^2+2\cdot t+1 & 2<t<3 \\ I_{total}(t-3)+2 & 3<t \end{cases} W$$

Se podria multiplicar para llegar a una exprecion más comoda pero en mi opinion hasta aquí estaria bien, en caso de ser un ejercicio de parcial dejaria esto de ultimo y si da tiempo es que multiplico.

Problema 3:

- $v(t)=10+5\cdot sen(60\cdot t+30°)$

En este caso como es una funcion netamente senoidal si se puede hablar de velocidad angular y en este caso es **60 rad/s**, por lo que la frecuencia es de **9.5493 Hz** y un periodo de **104.7198 ms.**

Para el valor medio (usando que la integral de una funcion senoidal en su periodo vale 0):

$$V_{DC}=1/T\cdot\int v(t)dt=10\,T/T+5/T\cdot\int sen(60\cdot t+30°)dt=10+5\cdot 0=10$$

- $v(t)=1-\cos^2(2\cdot x)$

Para poder resolver este, primero debe usarse identidades trigonometricas para poder resolver:

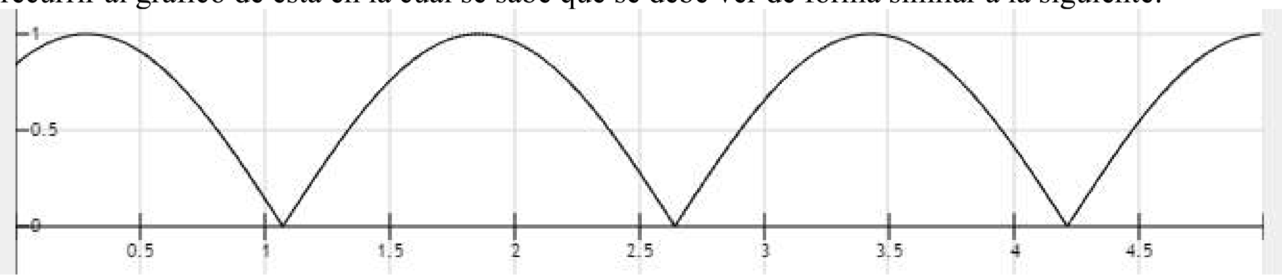
$$\cos^2(A)=\frac{1+\cos(2\cdot A)}{2}\rightarrow v(t)=1-\frac{1+\cos(4\cdot x)}{2}=\frac{1-\cos(4\cdot x)}{2}$$

Se puede ver que entonces la velocidad angular es de **4 rad/s**, muy distinto a 2rad/s lo cual se pudo pensar si se dejaba como estaba originalmente la ecuacion, luego la frecuencia es de **636.6198 Hz** y tiene un periodo de **1.5708 s**. En cuanto al valor medio:

$$V_{DC}=1/T\cdot\int v(t)dt=0.5\,T/T-0.5/T\cdot\int\cos(4\cdot x)dx=0.5$$

- $v(t)=|sen(w\cdot t+\psi)|$

En este ultimo caso no se pueden utilizar identidades para simplificar la funcion, se debe recurrir al grafico de esta en la cual se sabe que se debe ver de forma similar a la siguiente:



Se puede ver que esta onda es no senoidal pura (como era de esperarse, lo que implica que

NO tiene sentido hablar de velocidad angular) y que ademas es del doble de la frecuencia de un seno original ya que en lugar de alternar entre positivos y negativos es netamente positiva. La frecuencia seria de $2\cdot\omega/2\cdot\pi=\omega/\pi$ y el periodo de π/ω luego para el valor medio se pueden hacer las siguientes consideraciones.

1. Como es sobre un periodo y siempre es positivo, si se ajusta para que sea justo en una onda del seno sera mas facil integrar (ya que se puede quitar el valor absoluto).
2. La integral es sobre un periodo pero a partir de cualquier punto t_0 por lo que se escojera un punto tal que la funcion senoidal inicie en 0 de forma tal que se pueda hacer un cambio de variable y quede de la siguiente forma:

$$V_{DC}=\frac{1}{T}\cdot\int_{t_0}^{t_0+T}|sen(\omega\cdot t+\psi)|dt \;\rightarrow\; cambio:\; \omega\cdot t+\psi=\omega\cdot t_2$$

$$V_{DC}=\frac{1}{T}\cdot\int_0^T|sen(\omega\cdot t_2)|dt_2=\frac{1}{T}\cdot\int_0^T sen(\omega\cdot t_2)\,dt_2=-\frac{\cos(\omega\cdot T)-\cos(\omega\cdot 0)}{T\cdot\omega}=-\frac{\cos(\omega\cdot\pi/\omega)-1}{\pi/\omega\cdot\omega}$$

$$V_{DC}=-\frac{\cos(\pi)-1}{\pi}=\frac{2}{\pi}$$